

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

Кафедра информатики и вычислительной математики

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Приближенные методы решения интегральных и
дифференциальных уравнений**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

***Общий профиль: прикладная математика и
информатика***

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Карачаевск, 2024

Составитель: ст. преп. кафедры Урусова А.С.

Фонд оценочных средств составлен в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, на основании учебного плана подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль: «Общий профиль: прикладная математика и информатика», локальных актов КЧГУ.

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры информатики и вычислительной математики на 2024-2025 учебный год, протокол № 9 от 07 мая 2024г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Компетенции по дисциплине «Приближенные методы решения интегральных и дифференциальных уравнений»	4
2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Приближенные методы решения интегральных и дифференциальных уравнений»	4
3. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	12
3.1. Основная литература:	12
3.2. Дополнительная литература:	Ошибка! Закладка не определена.

1. Компетенции по дисциплине «Приближенные методы решения интегральных и дифференциальных уравнений»

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
УК-1, ПК-2	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3. Владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом научного поиска, опытом библиографического поиска
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы. ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач. ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач.

2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Приближенные методы решения интегральных и дифференциальных уравнений»

Номер задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
Задания закрытого типа с одним правильным ответом			
1.		Какой тип уравнения представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода? a) $u(x) = f(x) + \int_a^b K(x, y)u(y)dy$ b) $u(x) = \int_a^b K(x, y)u(y)dy$	УК-1, ПК-2

		c) $u(x) = f(x) + K(x)u(x)$ d) $u(x) = \int_a^b f(y)K(x, y)u(y)dy$	
2.		Какой метод используется для нахождения решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода? a) Метод конечных разностей б) Метод последовательных приближений c) Метод интегральных преобразований d) Метод вариаций постоянных	УК-1, ПК-2
3.		Какое свойство имеет ядро $K(x,y)$ для обеспечения сходимости метода последовательных приближений? a) Должно быть неограниченным б) Должно быть непрерывным и ограниченным c) Должно быть линейным d) Должно быть симметричным	УК-1, ПК-2
4.		Какой из следующих методов можно использовать для решения интегральных уравнений Вольтерра 2-го рода? a) Метод конечных элементов б) Метод последовательных приближений c) Метод Лапласа d) Метод разностных уравнений	УК-1, ПК-2
5.		Что такое задача Штурма–Лиувилля? a) Дифференциальное уравнение с начальными условиями б) Дифференциальное уравнение с краевыми условиями c) Система алгебраических уравнений d) Интегральное уравнение	УК-1, ПК-2
6.		Как можно построить резольвенту уравнения Фредгольма 2-го рода? a) Через решение однородного уравнения б) Через итерационную схему, используя итерированные ядра c) Через численные методы d) Через преобразование Лапласа	УК-1, ПК-2

Задания закрытого типа с несколькими правильными ответами			
7.		Какое из следующих утверждений верно относительно метода последовательных приближений? а) Метод всегда сходится для любых ядер б) Метод может не сходиться для некоторых ядер с) Метод требует наличия единственного решения д) Метод работает только для линейных интегральных уравнений	УК-1, ПК-2
8.		Какое из следующих уравнений является уравнением Штурма–Лиувилля? а) $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ б) $y'' + y = 0$ с) $y' + a(x)y = f(x)$ д) $y'' + \lambda y = 0$	УК-1, ПК-2
9.		Какова роль резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода? а) Она помогает находить решение уравнения. б) Она является решением однородного уравнения. с) Она используется для преобразования уравнения в другую форму. д) Она может быть выражена через итерированные ядра.	УК-1, ПК-2
10.		Какие из следующих уравнений являются интегральными уравнениями Вольтерра 2-го рода с вырожденным ядром? а) $u(x) = f(x) + \int_a^x K(x, y)u(y)dy$ б) $u(x) = \int_a^x K(x, y)u(y)dy$ с) $u(x) = f(x) + \int_x^b K(x, y)u(y)dy$ д) $u(x) = f(x) + \int_a^b K(x, y)u(y)dy$	УК-1, ПК-2

11.		Что такое функция Грина в контексте задачи Штурма–Лиувилля? (Выберите все подходящие варианты) а) Решение однородного уравнения б) Функция, которая используется для построения решения не однородного уравнения с) Функция, зависящая от краевых условий d) Константа интегрирования	УК-1, ПК-2										
12.		Какие уравнения можно решить с помощью резольвенты закрытого типа? а) Уравнения Фредгольма 1-го рода б) Уравнения Вольтерра 1-го рода с) Уравнения Фредгольма 2-го рода d) Уравнения Вольтерра 2-го рода	УК-1, ПК-2										
Задания закрытого типа. Задачи на соответствие													
13.		Сопоставьте термины с их определениями: <table><tr><th>Термин</th><th>Определение</th></tr><tr><td>1. Уравнение Фредгольма</td><td>а. Интегральное уравнение с переменным верхним пределом</td></tr><tr><td>2. Уравнение Вольтерра 2-го рода</td><td>б. Интегральное уравнение с фиксированным верхним пределом</td></tr><tr><td>3. Ядро уравнения</td><td>с. Функция, определяющая взаимодействие переменных</td></tr><tr><td>4. Решение уравнения</td><td>d. Функция, удовлетворяющая интегральному уравнению</td></tr></table>	Термин	Определение	1. Уравнение Фредгольма	а. Интегральное уравнение с переменным верхним пределом	2. Уравнение Вольтерра 2-го рода	б. Интегральное уравнение с фиксированным верхним пределом	3. Ядро уравнения	с. Функция, определяющая взаимодействие переменных	4. Решение уравнения	d. Функция, удовлетворяющая интегральному уравнению	УК-1, ПК-2
Термин	Определение												
1. Уравнение Фредгольма	а. Интегральное уравнение с переменным верхним пределом												
2. Уравнение Вольтерра 2-го рода	б. Интегральное уравнение с фиксированным верхним пределом												
3. Ядро уравнения	с. Функция, определяющая взаимодействие переменных												
4. Решение уравнения	d. Функция, удовлетворяющая интегральному уравнению												

14.		Сопоставьте термины с их определениями: <table><tr><th>Термин</th><th>Определения</th></tr><tr><td>1. Ядро уравнения Фредгольма</td><td>a. $K(x,t)$ с фиксированным t</td></tr><tr><td>2. Ядро уравнения Вольтерра</td><td>b. $K(x,t)$ с переменным t</td></tr><tr><td>3. Применение уравнений Фредгольма</td><td>c. Моделирование процессов в физике</td></tr><tr><td>4. Применение уравнений Вольтерра</td><td>d. Описание временных зависимостей</td></tr></table>	Термин	Определения	1. Ядро уравнения Фредгольма	a. $K(x,t)$ с фиксированным t	2. Ядро уравнения Вольтерра	b. $K(x,t)$ с переменным t	3. Применение уравнений Фредгольма	c. Моделирование процессов в физике	4. Применение уравнений Вольтерра	d. Описание временных зависимостей	УК-1, ПК-2
Термин	Определения												
1. Ядро уравнения Фредгольма	a. $K(x,t)$ с фиксированным t												
2. Ядро уравнения Вольтерра	b. $K(x,t)$ с переменным t												
3. Применение уравнений Фредгольма	c. Моделирование процессов в физике												
4. Применение уравнений Вольтерра	d. Описание временных зависимостей												
15.		Сопоставьте термины с их определениями: <table><tr><th>Термин</th><th>Определения</th></tr><tr><td>1. Линейное интегральное уравнение</td><td>a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны</td></tr><tr><td>2. Нелинейное интегральное уравнение</td><td>b. Уравнение, содержащее произведения функций</td></tr><tr><td>3. Применение метода итераций</td><td>c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма</td></tr><tr><td>4. Ядро Грина</td><td>d. Для нахождения решений уравнений</td></tr></table>	Термин	Определения	1. Линейное интегральное уравнение	a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны	2. Нелинейное интегральное уравнение	b. Уравнение, содержащее произведения функций	3. Применение метода итераций	c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма	4. Ядро Грина	d. Для нахождения решений уравнений	УК-1, ПК-2
Термин	Определения												
1. Линейное интегральное уравнение	a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны												
2. Нелинейное интегральное уравнение	b. Уравнение, содержащее произведения функций												
3. Применение метода итераций	c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма												
4. Ядро Грина	d. Для нахождения решений уравнений												
16.		Сопоставьте термины с их определениями: <table><tr><th>Термин</th><th>Определения</th></tr><tr><td>1. Задача Штурма-Лиувилля</td><td>a. Функции, соответствующие собственным значениям</td></tr><tr><td>2. Собственные значения</td><td>b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение</td></tr><tr><td>3. Собственные функции</td><td>c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями</td></tr><tr><td>4. Граничные условия</td><td>d. Условия, задаваемые на границах области определения</td></tr></table>	Термин	Определения	1. Задача Штурма-Лиувилля	a. Функции, соответствующие собственным значениям	2. Собственные значения	b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение	3. Собственные функции	c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями	4. Граничные условия	d. Условия, задаваемые на границах области определения	УК-1, ПК-2
Термин	Определения												
1. Задача Штурма-Лиувилля	a. Функции, соответствующие собственным значениям												
2. Собственные значения	b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение												
3. Собственные функции	c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями												
4. Граничные условия	d. Условия, задаваемые на границах области определения												

17.		Сопоставьте термины с их определениями: <table><tr><th>Термин</th><th>Определения</th></tr><tr><td>1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром</td><td>а. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной</td></tr><tr><td>2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром</td><td>б. Уравнение с зависимостью от разности переменных</td></tr><tr><td>3. Ядро в интегральном уравнении</td><td>с. Функция, которая определяет взаимодействие переменных</td></tr><tr><td>4. Существование решений</td><td>д. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение</td></tr></table>	Термин	Определения	1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром	а. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной	2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром	б. Уравнение с зависимостью от разности переменных	3. Ядро в интегральном уравнении	с. Функция, которая определяет взаимодействие переменных	4. Существование решений	д. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение	УК-1, ПК-2
Термин	Определения												
1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром	а. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной												
2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром	б. Уравнение с зависимостью от разности переменных												
3. Ядро в интегральном уравнении	с. Функция, которая определяет взаимодействие переменных												
4. Существование решений	д. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение												
Задания закрытого типа на установление правильной последовательности													
18.		Установите правильную последовательность шагов для решения задачи Штурма–Лиувилля: 1. Определение собственных значений 2. Запись уравнения Штурма–Лиувилля 3. Применение краевых условий 4. Нахождение собственных функций	УК-1, ПК-2										
19.		Установите правильную последовательность шагов для построения резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода. 1. Определите ядро интегрального уравнения 2. Примените итерационную схему 3. Найдите неоднородный член 4. Получите выражение резольвенты	УК-1, ПК-2										
20.		Установите правильную последовательность характеристик функций, используемых в интегральных уравнениях: 1. Непрерывность 2. Ограниченность 3. Дифференцируемость 4. Интегрируемость	УК-1, ПК-2										

21.		Установите правильную последовательность применения метода последовательных приближений: 1. Определение начального приближения 2. Итерация до достижения сходимости 3. Проверка результатов 4. Завершение процесса	УК-1, ПК-2
22.		Установите правильную последовательность шагов при использовании функции Грина для решения задачи: 1. Определение краевых условий 2. Построение функции Грина 3. Интеграция с не однородным членом 4. Нахождение полного решения	УК-1, ПК-2
Задания открытого типа на дополнение			
23.		Характеристики функций, используемых в интегральных уравнениях: 1. Непрерывность: _____. 2. Ограниченность: _____. 3. Дифференцируемость: _____. 4. Интегрируемость: _____.	УК-1, ПК-2
24.		Что такое функция Грина, и какова её роль в решении задач Штурма–Лиувилля?	УК-1, ПК-2
25.		Интегральные уравнения применяются в математической физике для: Моделирования _____. Решения задач о _____. Определения _____. Оптимизации _____.	УК-1, ПК-2
26.		Запишите метод, о котором идёт речь Итерационный процесс, в котором каждое новое приближение зависит от предыдущего, и оно вычисляется с использованием заданного интегрального уравнения до достижения заданной точности.	УК-1, ПК-2
27.		Запишите задачу, о которой идёт речь Классическая задача в математическом анализе, состоящая в нахождении собственных значений и собственных функций линейного дифференциального оператора	УК-1, ПК-2

Задания открытого типа с развернутым ответом			
28.		Опишите последовательность шагов для построения резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода.	УК-1, ПК-2
29.		Объясните, как можно использовать функцию Грина для решения системы дифференциальных уравнений.	УК-1, ПК-2
30.		Один из методов решения интегральных уравнений с вырожденным ядром — это:	УК-1, ПК-2
31.		Интегральные уравнения могут быть преобразованы в:	УК-1, ПК-2
32.		Условия существования решений интегрального уравнения включают:	УК-1, ПК-2

3. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

3.1. Основная литература:

1. Денежкина, И. Е. Методические указания к лабораторным работам по дисциплине "Численные методы" / И. Е. Денежкина. - Москва : Финансовая академия, 2004. - 22 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/497494> - Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
2. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум: учебное пособие / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 512 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012333-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028969> - Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
3. Шевченко, А. С. Лабораторный практикум по численным методам: практикум / А.С. Шевченко. - Москва :ИНФРА-М, 2018. - 199 с. (Высшее образование).- ISBN 978-5-16-106606-5.- URL: <https://znanium.com/catalog/product/966104> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.

3.2. Дополнительная литература:

1. Е.В. Сумин, В.Б. Шерстюков, О.В. Шерстюкова Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра, краевые задачи и методы их решения: Учебно-методическое пособие.-М.: НИЯУ МИФИ, 2016.-96 с.- ISBN 978-5-7262-2282-0
2. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения : учебник / Г. С. Жукова. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 504 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015970-6. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072180> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
3. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах: учебное пособие / Г. С. Жукова. - Москва: ИНФРА-М, 2021. - 348 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015971-3. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072182> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
4. Коган, Е. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебное пособие / Е. А. Коган. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 293 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015817-4. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058922> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

5. Ледовская, Е. В. Решение дифференциальных уравнений I порядка и некоторых видов дифференциальных уравнений старшего порядка : методические указания к типовому расчету / Е. В. Ледовская, Н. Б. Махова. - Москва: МГАВТ, 2007. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/401063> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
6. Литвин, Д. Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы: учебное пособие / Д. Б.Литвин , С.В. Мелешко , И.И. Мамаев . - Ставрополь: Сервисшкола, 2017. - 76 с. - ISBN. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/976476> – Режим доступа: по подписке– Текст: электронный.
7. Осадчий, Ю. М. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Ю.М. Осадчий. - Москва: ИНФРА-М, 2019. - 157 с. - ISBN 978-5-16-107965-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039633> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
8. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: Учебное пособие / А. В.Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 432 с. (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011973-1. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010761> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
9. Гриняев Ю.В. Методы математической физики : учебное пособие / Ю. В. Гриняев, Л. Л. Миньков, С. В. Тимченко, В. М.Ушаков. — Томск : Эль Контент, 2012. — 148 с.- ISBN 978-5-4332-0055-5